AL-AQSA UNIVERSITY
Department of mathematics
Date:29/12/2018 (First Semester 2018-2019)

جامعة الأقصى

Statistics 1
Final Exam
Time: 120 minutes

مدرس المساق: د. عصام عاطف داود الرقم الأكاديمي: الاسم:

Q#1: (15 points) Put (√) or (×) in front of each sentence:

1. ( ) If $Z \sim N(0,1)$ and $Y \sim \chi^2_{(n)}$, then $T = \dfrac{\chi^2_{(n)}/n}{\sqrt{Z}} \sim T_{(n)}$.
2. ( ) When the sample size is fixed, if α increases, then the power of a test increases.
3. ( ) For any distribution, $\text{var}(\bar{X}) = \dfrac{\sigma^2}{n}$ and $E(\bar{X}) = \mu$.
4. ( ) If $X \sim N(0,4)$, then $\dfrac{X^2}{4} \sim \chi^2_{(1)}$.
5. ( ) The estimator $\hat{\theta}$ that minimizes the mean square error is called the minimum variance unbiased estimator (MVUE) of θ.
6. ( ) The variance of the estimator $\hat{\theta}$ is defined by $Var(\hat{\theta}) = E(\hat{\theta} - \theta)^2$.
7. ( ) The power of any test is equal to $p(reject\ H_0 \mid H_0\ is\ false)$.
8. ( ) Uniform distribution is one of the members of the exponential family.
9. ( ) An estimator $\hat{\theta}_2$ is more efficient than $\hat{\theta}_1$ if $MSE(\hat{\theta}_1) < MSE(\hat{\theta}_2)$.
10. ( ) For any test, if $p-value \le \alpha$, then we can reject H_0 and accept H_a.

Q#2 (4 marks)

Let $X_1, X_2, ..., X_{20}$ be a random sample from a standard normal distribution. Find the numbers **a** and **b** such that

$$P\left(a \le \sum_{i=1}^{20} X_i^2 \le b\right) = 0.90$$

Q#3 (10 marks)

Assuming that two populations are normally distributed, two independent samples are taken with the following summary statistics:

$$n_1 = 21, \qquad \bar{X}_1 = 20, \qquad s_1 = 4$$

$$n_2 = 16, \qquad \bar{X}_2 = 19, \qquad s_2 = 3$$

(a) Construct a 95% Confidence Interval for $\dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$.

(b) Construct a 95% Confidence Interval for σ_1^2.

Q#4 (10 marks)

Find the estimated regression model under $y_i = 5 - \beta x_i + \varepsilon_i$, if $\sum_{i=1}^{10} x_i = 38$, $\sum_{i=1}^{10} y_i = 46$, $\sum_{i=1}^{10} x_i y_i = 709$, $\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 408$.

Q#5 (12 marks)

The following information was obtained from two independent samples selected from two normally distributed populations.

	Sample 1	Sample 2
n	21	16
$\bar{X}$	410	390
S^2	95	300

(a) Test the hypothesis: $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ vs. $H_a : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ at $\alpha = 0.05$

(b) Based on the result of (a), test the hypothesis: $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ vs. $H_a : \mu_1 \neq \mu_2$ at $\alpha = 0.05$

Q#6 (9 marks)

Let $X_1,...,X_n$ be a sample from a distribution with

$$f(x) = (1-p)^{x-1}\, p, \;\; x = 1,2,\ldots.$$

Find the likelihood ratio test of testing $H_0: p = p_0$ vs. $H_a: p > p_0$.

Q#7 (10 marks)

Let $X_1,\ldots,X_n$ be a random sample from $N(\theta,\theta)$, $\theta > 0$.

(1) Find two different moment estimators of θ.

(2) Find the MLE of θ.

مع تمنياتي للجميع بالنجاح...

Hints:

$$X \sim N(\mu,\sigma^2) \Rightarrow f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2}\ ,\ -\infty < x < \infty$$

$$\left(\left(\frac{s_1^2}{s_2^2}\right)\left(\frac{1}{F_{n_1-1,n_2-1,\alpha/2}}\right),\ \left(\frac{s_1^2}{s_2^2}\right)\left(F_{n_2-1,n_1-1,\alpha/2}\right)\right),\ (\hat{p}_1-\hat{p}_2)\pm\left(z_{\alpha/2}\right)\left(\sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1}+\frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}\right)$$

$$\left(\overline{X}_1-\overline{X}_2\right)\pm\left(t_{\alpha/2,\upsilon}\right)\left(\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}}\right),\ \left(\overline{X}_1-\overline{X}_2\right)\pm\left(t_{\alpha/2,n_1+n_2-2}\right)\left(s_p\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}\right),\ \left(\overline{X}_1-\overline{X}_2\right)\pm\left(z_{\alpha/2}\right)\left(\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}}\right)$$

$$\upsilon=\frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1-1}+\frac{\left(\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2-1}},\ s_p^2=\frac{(n_1-1)s_1^2+(n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2},\ \left(\overline{X}_1-\overline{X}_2\right)\pm\left(z_{\alpha/2}\right)\left(\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}\right)$$

$$\left(\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\alpha/2,(n-1)}},\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-(\alpha/2),(n-1)}}\right),\left(\overline{X}\right)\pm\left(t_{\alpha/2,n-1}\right)\left(\frac{s}{\sqrt{n}}\right),\ \left(\overline{X}\right)\pm\left(z_{\alpha/2}\right)\left(\frac{s}{\sqrt{n}}\right),\ n=\frac{(z_\alpha+z_\beta)^2\sigma^2}{(\mu_a-\mu_0)^2},\ n=\frac{z^2_{\alpha/2}\sigma^2}{E^2}.$$

$$Z=\frac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}},\ t=\frac{\overline{X}-\mu}{s/\sqrt{n}},\ F=\frac{S_1^2}{S_2^2},\ Z=\frac{\overline{X}_1-\overline{X}_2-D_0}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}},\ Z=\frac{\overline{X}_1-\overline{X}_2-D_0}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}}},t=\frac{\overline{X}_1-\overline{X}_2-D_0}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}}},$$

$$t=\frac{\overline{X}_1-\overline{X}_2-D_0}{S_p\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}},Z=\frac{\hat{p}_1-\hat{p}_2-D_0}{\sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1}+\frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}},\ Z=\frac{\hat{p}-p_0}{\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}}$$

$F_{0.05}(20,15)=2.33$, $F_{0.05}(7,9)=3.29$, $F_{0.025}(20,15)=2.76$ $F_{0.05}(9,7)=3.68$, $F_{0.05}(10,8)=3.35$, $F_{0.025}(15,20)=2.57$, $F_{0.05}(8,10)=3.07$, $F_{0.025}(7,9)=4.20$, $F_{0.025}(9,7)=4.82$, $F_{0.05}(15,20)=2.20$.

$\chi^2_{0.025}(20)=34.170$, $\chi^2_{0.975}(10)=3.247$, $\chi^2_{0.05}(4)=9.488$, $\chi^2_{0.975}(20)=9.591$, $\chi^2_{0.05}(20)=31.410$, $\chi^2_{0.05}(5)=11.070$, $\chi^2_{0.95}(19)=10.117$, $\chi^2_{0.025}(9)=19.023$, $\chi^2_{0.10}(4)=7.779$, $\chi^2_{0.025}(10)=20.483$, $\chi^2_{0.95}(20)=10.851$, $\chi^2_{0.05}(19)=30.144$, $\chi^2_{0.975}(15)=6.262$, $\chi^2_{0.975}(9)=2.7$, $\chi^2_{0.975}(20)=9.591$, $\chi^2_{0.90}(4)=1.064$,

$t_{0.025}(21)=2.08$, $t_{0.025}(22)=2.07$, $t_{0.025}(23)=2.06$, $t_{0.025}(20)=2.085$, $t_{0.05}(35)=1.644$, $t_{0.05}(15)=1.753$, $t_{0.05}(20)=1.724$.

$p(z\ge 0)=p(z\le 0)=0.5$ and $p(z\ge 3.49)=p(z\le -3.49)\cong 0$, $p(0\le z\le 2.13)=0.48$, $p(0\le z\le 1.23)=0.39$, $p(0\le z\le 3.12)=0.499$, $p(0\le z\le 2.33)=0.49$, $p(0\le z\le 0.25)=0.1$ $p(0\le z\le 0.84)=0.3$, $p(0\le z\le 0.52)=0.2$.

دولـة فلسطيـن		كليـة العلـوم
جامعة الأقصى		قسم الرياضيات

الفصل الأول 2018-2019 الفترة الأولى	الاختبار النهائي في مساق (أساسيات الرياضيات) رقم المقرر (MATH 1211)	التاريخ: 5/1/ 2019 م الزمن : ساعتين .

اسم الطالب/ة:.................. التخصص:.................. رقم الطالب/ة :.................. الدرجة : 60

اجب/ي عن جميع الأسئلة

السؤال الأول: **(لكل فقر 4 درجات)**

1) أوجد/ي قيمة k التي تجعل للمعادلة $kx^2 + 4x + 1 = 0$ جذرين حقيقيين متساويين .

....

2) أوجد/ي المعكوس والمعكوس الإيجابي للعبارة "
ادا كان المربع له ثلاثة أضلاع فأن المثلث له 4 أضلاع.

....

3) أثبت/ي أن النقاط $A(1,2)$, $B(5,5)$, $C(4,-2)$ هي رؤوس لمثلث متساوي الساقين ثم أوجد/ي معادلة العمود النازل من رأس المثلث المتساوي الساقين على القاعدة

....

4) **أوجد/ي ناتج** $(2321)_5 \div (13)_5 =$ ....

5) **ما هو الحد الذي سيضاف إلى التعبير الجبري** $2bx^2 - 3x$ **للحصول على __مربع كامل__**

6) **أوجد/ي الميل والجزء المقطوع من محور** y **للمستقيم الذي معادلته:** $3x - 2y - 9 = 0$

7) **أوجد /ي احداثي المركز ونصف القطر من معادلة الدائرة** $2x^2 + 2y^2 - 8x + 12y - 6 = 0$.

__السؤال الثاني:__ **(لكل فقرة 4 درجات)**

1) حل/ي **__حسابيا__**

$$x + 2y = 5$$
$$3x - y = 1$$

2) أوجد/ي حل المعادلة $\frac{3(5x-2)}{2} + \frac{1}{3} = \frac{x-4}{6}$

3) أوجد/ي حل المعادلة $\sqrt{1-2x} - \sqrt{3x-4} = 0$

<u>السؤال الثالث</u> : (لكل فقرة 4 درجات)

1) برهني/ي باستعمال قانون الاستنتاج الرياضي

بان $\forall n \in N \quad , \quad 1+2+3+\ \dots\ +n = \frac{n(n+1)}{2}$

2) اوجد/ي حل المعادلة باستخدام **طريقة اكمال المربع** $x^2+5x-14=0$

3) أوجد/ي مجموع وحاصل ضرب جزري المعادلة $2x^2+x-15=0$

4) أوجد/ي معادلة الدائرة التي تمر بنقطة الأصل ومركزها $C(3,-1)$

5) أوجد/ي معادلة الخط المستقيم المار بالنقطة $A(3,2)$ والعمودي علي المستقيم $4x+2y-9=0$.

انتهت الأسئلة - مع التمنيات بالتوفيق

AL-AQSA UNIVERSITY

Department of mathematics

Date 13/1/2017

Real Analysis II

Final Exam

Time: Two Hours

اسم الطالب:	Q1/15	Q2/15	Q3/18	Q4/12	Total
الرقم الأكاديمي:					

Answer all the following questions: **ملاحظة: الامتحان ٤ أسئلة ، في ٦ صفحات**

Q1) a) (6 pts.) **(Fermat's Theorem**) Show that If f is defined on an open interval containing x_0 and if f assumes its maximum or minimum at x_0 and f is differentiable at x_0, then $f'(x_o) = 0$.

b) (3 pts.) If f : (a, b) → R is differentiable at c ∈ (a, b), then show that $\lim_{h \to 0} \frac{f(c+h) - f(c-h)}{2h}$ exists and equals f'(c). Prove the converse is not true?

c) (3 pts.) **where the function** $f(x) = \begin{cases} x^2 & if\ x \in Q \\ -x^2 & if\ x \notin Q \end{cases}$ **Is differentiable?**

d) (3 pts.) Show that if 0 < a < b then $1 - \frac{a}{b} < \ln(\frac{b}{a}) < \frac{b}{a} - 1$

Q2) a) (7 pts.) Given the positive term series $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, let f be a function such that $f(n) = a_n$.

Show that if the function f is continuous positive and decreasing $[1, \infty)$, then

1) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converges if $\int_1^{\infty} f(x)\,dx$ converges, and 2) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverges if $\int_1^{\infty} f(x)\,dx$ diverges.

b) (12 points each) Which of the following series are convergent and/or absolutely convergent? Please indicate which tests you are using and show your work. And find the interval of convergent

1) $\sum_{n=1}^{\infty} (\frac{\cos(n\pi)}{n^2})$

2) $\frac{1}{1\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 5}+\cdots+\frac{1}{(2n-1)\cdot(2n+1)}+\cdots$

3) 4) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{(-1)^{n-1}(x)^{n}}{n^{2}+1}\right)$

4) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{(n!)^{2}}{(2n)!}\right)$

Q3) a) (4 pts.) Suppose f is a continuous function on [a, b] and that $f(x) \geq 0$ for all $x \in [a, b]$.

Show that if $\int_{a}^{b} f(x)dx = 0$, then $f(x) = 0$ for all $x \in [a, b]$.

b) (4pts.) Show that $\int_a^b \alpha \cdot f = \alpha \cdot \int_a^b f$

c) (6 pts) Let f:[a, b]→ R be bounded real-valued function on [a, b]. Show that f is integrable on [a, b] if $\forall \varepsilon > 0$ there exists a partition P of [a, b] such that $U(f; P) - L(f; p) < \varepsilon$

Q4) a) (5pts.) Let f : [0,3] →R define by $f(x)=\begin{cases}2 & if \quad 0\le x\le 2\\ 3 & if \quad 2<x\le 3\end{cases}$ Show that f is integrable and find

$\int_0^1 f(x)\,dx$

b) (7 pts.) Let f : [0,1] →R define by $f(x)=x^3-5$ Show that f is integrable on [0,1] and

$\int_0^1 f(x)\,dx=\frac{-19}{4}$

انتهت الأسئلة مع أمنياتنا للجميع بالنجاح والتوفيق

STATE OF PALESTINE
AL-AQSA UNIVERSITY
Time: 2 Hours
Date:13/1/2019

جامعة الأقصى

Faculty of Science
Department of Mathematics
real analysis (Math 1411)
final Exam

اسم الطالب:	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Total
الرقم الأكاديمي:	9	13	13	13	12	70
اسم المدرس: د. زياد صافي						

Answer all of the following questions:

ملاحظة: الامتحان ٥ أسئلة ، في ٦ صفحات

Q1) 1) (3 pt.) Show that if $x_n > 0 \quad \forall n \in N$ *and* $\lim(x_n) = L > 0$, then $\lim(\sqrt{x_n}) = \sqrt{L}$.

2) (3 pt.) Show that every Cauchy sequence is convergent.

3) (3 pt.) Show by definition that $\lim \frac{3n^2+1}{1-2n^2} = -\frac{3}{2}$

Q2) 1) (4 pt.) Show that if (x_n) is bounded and increasing , then $\lim(x_n) = \sup\{x_n : n \in N\}$.

2) (5 pt.) Let (a_n) be a sequence defined by $a_n = \frac{3}{2}$, $a_{n+1} = 3 - \frac{2}{a_n}$ $\forall$ n $\in$ N

Show that the sequence is monotone and bounded and find the limit.

3) (4 pt.) i) Show that $0 < c < 1, \quad then \lim(c^n) = 0$

ii) Show that $c > 1, \quad then \lim(c^n) = \infty$

Q3) 1) (6 pt.) Decide whether the following sequences are convergent, and find the limits, when they exist. Justify your answers briefly.

a) $a_n = \dfrac{(-1)^n n^2}{3n^2 + 1}$

b) $c_n = \dfrac{\sqrt{1} + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \dots\dots\dots + \sqrt{n}}{n^2}$

c) $d_n = \lim \dfrac{n!}{n^3}$

d) $e_n = \lim \dfrac{\sqrt{n}}{n + \sin(n)}$

2) (4 pt.) Let f : A $\to$ R and let c be a cluster point of A. Prove that if $\lim_{x \to c} f(x) = L$ exists, then it is unique.

3) (3 pt.) Prove that $\lim_{x \to -1} \frac{x^2+3}{2x+5} = \frac{4}{3}$ (use $\varepsilon - \delta$ definition)

Q4) 1) (5 pt.) Let f: A$\to$R show that $\lim_{x \to c} f = L$ <u>if and only if</u> for each sequences (x_n) in A with $x_n \neq c$ such that $x_n \to c$, then $f(x_n) \to L$

2) (4 pt.) Let, $f(x)=\begin{cases} 2x^2+5 & \text{if } x\ge 1 \\ x+3 & \text{if } x<1 \end{cases}$:

i) by using the ε-δ definition to Show that $\lim_{x\to 2} f(x)=13$.

ii) by using sequential definition to show that f is not continuous at x=1.

3) (4 pt.) Show that $\lim_{x\to 0}(\cos\frac{1}{x^2})$ does not exist but $\lim_{x\to 0}(\cos x)=1$

Q5) 1) (3 pt.) Show that for every rational number r there exists a sequence (a_n) of irrational numbers such that $\lim(a_n)=r$.

2) (6 pt.) Let f: R→R define by

$$f(x)=\begin{cases}3x & \text{if } x\in Q\\ 0 & \text{if } x\notin Q\end{cases}$$

i) Show that f has a limit at $x = 0$.

ii)Show that if $c \neq 0$, then f does not have a limit at c.

3) (3pt.) Suppose $f: R \to R$ is continuous function on R such that $f(r)=0 \quad \forall r\in Q$, prove that $f(x)=0 \quad \forall x\in R$

Al –AQSA University
Dep. of Math
Date: 05/01/2019

Numerical Analysis(MATH3322)
Final Exam
Time : 2 hour

Do all the following questions using a five decimal-place mantissa:

Question (1) **[10 Marks]**

A) consider the jordian method

$$X^{n+1} = D^{-1}\{b-(L+U)\,X^{n}\}$$

Show that the condition of convergence of this method is

$$\|D\,(L+U)\|_{\infty} < 1$$

Question (2) **[20 Marks]**

A) Starting with the defection of backward difference operator

Show that $D = \frac{1}{h} Ln\left(\frac{1}{1+\nabla}\right)$

B) show that

$$\int_{x_0}^{x_2} f(x)\,dx \cong \int_{x_0}^{x_2} p_2(x) = \frac{h}{3}[f_0 + 4f_1 + f_2]$$

Question (3) [20 Marks]

A) consider the data:

x_i	0.2	0.4	0.6	0.8	1
$f(x)$	0.32	0.44	0.51	0.33	0.45

Use Newton-Gregory forward polynomial of degree 2 to estimate $f(0.6)$ & $f'(0.6)$.

a) Use forward & central-difference formula to find $f''(0.6)$.

Question (4) **[20 Marks]**

A) using the formula of newton divided difference show that

$$p_n(x) = \sum_{k=0}^{n} \binom{s}{k} \Delta^k f_0$$

B) Show that

$$x_{n+2} = x_n - f(x_n)\frac{x_n - x_{n+1}}{f(x_n) - f(x_{n+1})}$$

دولـة فلسطيـن		كليـــة العلـــوم
جامعة الأقصى		قســـم الرياضيات

الفصل الأول 2018–2019	الاختبار النهائي في مساق	التاريـــخ: 30/12 / 2018 م
محاضر المساق /	(تفاضل و تكامل2)	الزمـــن : ســاعتان .

اسم الطالب/ة-- الرقم الاكاديمي ----------------

ملاحظات : عدد الصفحات 6 عدد الأسئلة: 6

Q1) a) Find $\frac{dy}{dx}$: **[3 marks]**

a) $\frac{dy}{dx}$: If $y = x^{\ln x} + \cos^{-1} x$

b) Find the following limit **[3 marks]**

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{2}} \left(x - \frac{\pi}{2}\right) \sec x$$

Q2) Evaluate the following integrals: [12 marks]

a) $\int x^{6} e^{3x} dx$ (3 marks)

b) $\int \sin^{3} x \cos^{34} x \; dx$ (3 marks)

c) $\int_{0}^{\ln 4} \frac{e^{x}}{\sqrt{e^{2x} + 9}} dx$ (3 marks)

d) $\int \frac{\sin\theta \; d\theta}{\cos^2\theta + \cos\theta - 2}$ (3 marks)

(Q3) a) Find the values of x for which the power series $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{(x+2)^n}{n}$ converges absolutely, converges conditionally and diverges. [5 marks]

b) Find the **<u>foci, vertices, center</u>** of the conic section $x^2 + 2y^2 - 2x - 4y = -1$, and **<u>sketch it's graph</u>**. **[5 marks]**

Q4) Test wheather the following converge or diverge. [12 marks]

1) $\displaystyle\int_{2}^{\infty} \frac{dx}{1-x}$ (3 marks)

2) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n+5}{n}\right)^n$ (3 marks)

3) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt{n^2+1}}$ (3 marks)

4) $\left\{\dfrac{n+\ln n}{n}\right\}_{n=1}^{\infty}$ (3 marks)

Q5 **a)** Find The **<u>Taylor series</u>** of the function $f(x)=\sin \pi x$ about zero(a = 0). [5 marks]

b) Find the area inside the circle $r=2$ and outside the cardiod $r=2-2\cos\theta$.

[5 marks]

c) Find the **sum** of the series $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{3}{4^n}$. [2 marks]

Q6) a) **Sketch** the graphs of the curves **[8 marks]**

(1) $r = \dfrac{1}{1 - \sin\theta}$

2) $1 \le r < 4$, $0 < \theta \le \frac{\pi}{2}$

3) $r = -6\cos\theta$

4) $r = 2 - 5\sin\theta$

مع تمنياتنا للجميع بالتفوق والنجاح

STATE OF PALESTINE
Faculty of Applied Science
Time: Two Hours
Date: 10/1/2019

AL-AQSA UNIVERSITY
Department of Mathematics
Calculus 1(Math 1411)
Final Exam

"First semester 2018-2019"

	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Total
اسم الطالب/ة:							
الرقم الأكاديمي:	10	10	10	10	10	10	60
اسم المدرس: د. أحمد محمود الأشقر ، د. سحر السمك ، أ. سناء زايد							

Answer all the following questions:

ملاحظة: الامتحان 6 أسئلة ، في 6 صفحات

(Q1) Choose the correct answer: (10 marks)

(1) The **domain** of function $f(x)=\sqrt{|x-1|}$ is . . . . .

(a) $(-\infty,1]$ (b) $[1,\infty)$ (c) $\mathbb{R}$ (d) $\mathbb{R}-\{1\}$

(2) The **rang** of the function $f(x)=3+\dfrac{x^2}{x^2+9}$ is . . . . .

(a) $[3,4)$ (b) $[0,3]$ (c) $[3,\infty)$ (d) $\mathbb{R}$

(3) At $x=0$, the function $f(x)=x^{5/3}$ . . . . .

(a) is continuous (b) has a horizontal tangent (c) has an inflection point (d) all of them is true

(4) The **period** of the function $f(x)=-7\sin(5-3x)+4$ is . . . . .

(a) $\dfrac{2\pi}{-3}$ (b) $\dfrac{2\pi}{3}$ (c) 2π (d) 7π

(5) The **solution** set of the equation $|x+2|=3x-12$ is . . . . .

(a) $\{7\}$ (b) $\{\frac{5}{2}\}$ (c) $\{\frac{5}{2},7\}$ (d) $\{-\frac{5}{2},7\}$

(6)If f has **average value** $\text{av}(f)=2$ on $[-1,3]$, and $\int_{-1}^{7} f(x)\,dx=13$,then $\int_{3}^{7} f(x)\,dx=\ldots$

(a) 8 (b) 26 (c) 5 (d) 4

(7) The function $f(x)=\dfrac{(x-1)^3}{x^2+x-2}$ has **vertical asymptote(s)** which is(are) the line(s). . . . .

(a) $y=-2$ (b) $x=-2$ (c) $x=1$ (d) (b and c)

(8) If the function $f(x)=\dfrac{1}{x^2}$, and $(f\circ g)(x)=x+1$, then $g(x)=\cdots$

(a) $\sqrt{x+1}$ (b) $\sqrt{x^2}+1$ (c) $\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}$ (d) $\dfrac{1}{\sqrt{x+1}}$

(9) The value of the integral $\int_{-\pi}^{\pi}\left(x^7+\sqrt[3]{x^5}+x^2\sin(2x)\right)dx=\ldots\ldots$

(a) 2π (b) 0 (c) $2\int_{0}^{\pi}\left(x^7+\sqrt[3]{x^5}+x^2\sin(2x)\right)dx$ (d) non of them is true

(10) $\lim_{x\to\infty}\sin\dfrac{1}{x}=\ldots\ldots$

(a) 0 (b) ∞ (c) 1 (d) does not exist

(Q2) (a) Find $\frac{dy}{dx}$ if $y = \dfrac{3}{(5x^2 + \csc 2x)^{\frac{3}{2}}}$ (3 marks)

(b) Find $\frac{dy}{dx}$ if $y = \int_{2}^{7x^2} \sqrt{2 + \cos^3 t}\; dt$ (3 marks)

(c) Find $\frac{dy}{dx}$ for $xy + 2x - y^2 = 8$, then find the **normal** line to the curve at the point $(3, 2)$. (4 marks)

(Q3) (a) Find the following limits (explain your answer):

(i) $\lim\limits_{x \to -2^+} \dfrac{x^2 - 1}{2x + 4}$ (2 marks)

(ii) $\lim\limits_{x \to -\infty} \left(\sqrt{4x^2 + 5x} + 2x\right)$ (2 marks)

(b) Find the value of the constant k that makes the function $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{\sin(3x)\cot(2x)} & , x \neq 0 \\ k - 2 & , x = 0 \end{cases}$

continuous at $x = 0$. (3 marks)

(c) Find the value(s) of c that satisfy the **<u>Mean Value Theorem for differentiation</u>** of the function $f(x) = \sqrt{x(x-1)}$ on $[0,1]$. (3 marks)

(Q4) (a) Find the following integrals:

(i) $\int \dfrac{\csc x}{\csc x - \sin x}\, dx$ (3 marks)

(ii) $\int_{-1}^{0} \dfrac{x^{3}}{\sqrt{x^{4}+9}}\, dx$ (4 marks)

(b) By using the <u>Max-Min Inequality</u> find **upper** and **lower** bounds for the value of the integral

$$\int_{-2}^{3} \sqrt{7-x}\; dx$$ (3 marks)

(Q5) Let $f(x) = -x^{5/3} + 5x^{2/3}$

(a) Find $f'(x)$ then list the intervals on which f is increasing and decreasing , then find the local extreme value(s) of f (if exist). (4 marks)

(b) Find $f''(x)$ then list the intervals on which f is concave up and concave down, and find the inflection and cusp point(s) (if exist). (4 marks)

(c) Sketch the graph of f . (الرسم في الصفحة المقابلة) (2 marks)

(Q6)(a) Find the **area** of the region bounded on the left by the line $y = 2 - x$, on the right by the parabola $y = x^2$, and above by line $y = 2$. (5 marks)

(b) The region bounded by the parabola $y = x^2$ and the curve $y = \sqrt{8x}$ in the first quadrant is revolved about x-axis to generate a solid. Find the **volume** of the solid. (5 marks)

STATE OF PALESTINE
Faculty of Applied Science
Calculus 3 (Math 2310)
Date: 12/1/2019

جامعة الأقصى

"First semester 2018-2019"

AL-AQSA UNIVERSITY
Department of Mathematics
Final Exam
Time: Two Hours

اسم الطالب:	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Total
الرقم الأكاديمي:	9	13	10	9	10	9	60
مدرس المساق: د. أحمد محمود الأشقر							

Answer all the following questions:

ملاحظة: الامتحان 6 أسئلة ، في 6 صفحات

(Q1) Choose the correct answer for each of the following: (9 marks)

(1) The **distance** from the point $P(x,y,z)$ to the *xz*-plane is

(a) $\sqrt{x^2+z^2}$ (b) $\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ (c) $|y|$ (d) y

(2) The set of points in space satisfy $z=0,\ x\le 0,\ y\le 0$ describe

(a) the third quadrant in *xy*-plane (b) a solid cube

(c) a square in *xy*-plane with its interior (d) a slab

(3) The function $f(x,y)=\dfrac{1}{|y|+|x|}$ is continuous on the ……

(a) entire *xy*-plane (b) entire *xy*-plane except the two lines $y=\pm x$

(c) entire *xy*-plane except the origin (0,0) (d) entire *xy*-plane except *x*-axis and *y*-axis

(4) Each **level curve** of the function $f(x,y)=\dfrac{1}{\sqrt{9x^2-4y^2}}$ is ……

(a) an ellipse (b) a hyperbola (c) a circle (d) a parabola

(5) The line $L:\ x=-2+t,\ y=3-2t,\ z=4+3t$ intersect the plane $M:\ 3x+2y-z=4$ in the point ……

(a) $(-4,7,-2)$ (b) $(0,-1,10)$ (c) $(-2,3,4)$ (d) $(2,-5,16)$

(6) The integral $\int_0^1\int_x^{\sqrt{2-x^2}}(x^2+y^2)\,dy\,dx$ is equivalent to the polar integral

(a) $\int_{\pi/4}^{\pi/2}\int_0^{\sqrt{2}} r^2dr\,d\theta$ (b) $\int_0^{\pi/2}\int_0^{2} r^3dr\,d\theta$ (c) $\int_0^{\pi}\int_0^{\sqrt{2}} r^3dr\,d\theta$ (d) $\int_{\pi/4}^{\pi/2}\int_0^{\sqrt{2}} r^3dr\,d\theta$

(Q2) (a) Show that $\lim\limits_{(x,y)\to(1,-2)} \dfrac{xy+2}{4x^2-y^2}$ does not exist. (4 marks)

(b) If $w = x^2 e^{yz}$, and $z = x^2 - y^2$, find $\left(\dfrac{\partial w}{\partial z}\right)_x$. (4 marks)

(c) Find parametric equations for the line of intersection of the two planes

$5x - 2y = 11$ and $4y - 5z = -17$. (5 marks)

(Q3)(a) Find the **local maxima**, **local minima**, and **saddle points** (if exist) of the function

$$f(x,y)=e^{x}(x^{2}-y^{2}).$$ (5 marks)

(b) Find the **linearization** of the function $f(x,y,z)=xy+2yz-3xz$ at the point $P(1,1,0)$, then find an **upper bound** for the magnitude of the **error** E over the region

$R: \quad |x-1|\leq 0.01\,,\ |y-1|\leq 0.02,\ |z|\leq 0.03\,.$ (5 marks)

(Q4)(a) Write the acceleration **a** in the form $\mathbf{a} = a_T\mathbf{T} + a_N\mathbf{N}$ of the vector function

$\mathbf{r}(t) = (e^t \cos t)\mathbf{i} + (e^t \sin t)\mathbf{j} + (\sqrt{7}e^t)\mathbf{k}$, without finding **T** and **N** . (5 marks)

(b) Let $f(x,y) = x^2 - xy + y^2 - y$. Find the directions $\bar{\mathbf{u}}$ (unit vectors) if the **directional derivative** $D_{\bar{u}} f = -3$ at the point $P(1,-1)$. (4 marks)

(Q5)(a) Set up the **triple integral** for the function $F(x, y, z)$ over the region D that is (bounded in back by the plane $x = 0$, on the front and sides by the parabolic cylinder $x = 1 - y^2$, on the top by the paraboliod $z = x^2 + y^2$, and on the bottom by the *xy*-plane). Use the order $dz\,dx\,dy$. *"Note: Do not find the value of the integral."* (3 marks)

(b) Find the limits of integration in **cylindrical coordinates** for finding the **volume** of the region bounded above by the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ and below by the paraboloid $3z = x^2 + y^2$. *"Note: Do not find the value of the integral."* (3 marks)

(c) Find the **volume** of the solid region bounded below by *xy*-plane, on the sides by the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, and above by the cone $z = \sqrt{\frac{1}{3}(x^2 + y^2)}$.

(By using a triple integration in spherical coordinates) . (4 marks)

(Q6) (a) Find $\int_0^8 \int_{\sqrt[3]{x}}^2 \frac{1}{y^4+1}\, dy\ dx$ by reversing the order of integration . (4 marks)

(b) Use the transformation $u = 2x - 3y$, $v = -x + y$ to evaluate the integral

$$\int_{-3}^0 \int_x^{x+1} 2(x-y)\, dy\ dx$$

(5 marks)

انتهت الأسئلة . . . . . مع أمنياتنا للجميع بالنجاح و التوفيق- قسم الرياضيات

جامعة الأقصى

Time: 2 hours
......
5/1/2019

......Final Exam..
Course : Linear Algebra (1)

AL-AQSA UNIVERSITY
Science Block
Math. Dep.

Name:-

Solve the following questions:-

(Q 1) (a) Solve the following system of linear equations using Gauss Jordan method

$$2x + 4y - 4z + 6w = 4$$

(7 marks)

$$2x + 4y - 3z + 4w = 5$$

(Q2) (a) Let $A=\{v_1,v_2,........v_r\}$ be a set of vectors in a vector space V then **show that** the set of all linear combinations of A is a subspace of V (6marks)

(b) Let $V=\left\{(x_1,x_2):x_1{}^2\geq 0\right\}$ then is V closed under multiplication ? (3marks)

(c) Let $V=\left\{X=(x_1,x_2):x_1{}^2=0\right\}$ then is V closed under addition ? (3 marks)

(Q3) (a) Let $L: V \to W$ be a linear transformation and S is a subspace of V then show that **image of S** is a subspace of W (6 marks)

(b) Let $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Then find

(1) Bases for the column space of A (4marks)

(2)Nullity and the null space of A (6marks)

(Q4) Let $L : R^3 \to R^4$ be a linear transformation defined by ***L(X) = AX***

$$\text{Where } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \\ 10 & 11 & 12 \end{pmatrix}$$

Then find (i) ***Rng(L)*** (6marks)

(ii) Bases for ***Rng(L)*** (4marks)

(iii) Is ***L*** an ***onto***, ***one to one*** linear transformation (3marks)

(Q5) (i) Let $A = \{(1,1,1),(2,1,-3),(4,-5,1)\}$ be an **orthogonal** set of vectors

Find the coordinate vector of $(0,0,1)$ relative to A (4marks)

(ii) Let $L: R^3 \to R^2$ be linear transformation such that

$L(e_1) = (-1,6)$; $L(e_2) = (0,2)$; $L(e_3) = (8,1)$

(i) Compute $L(x_1, x_2, x_3)$ (4 marks)

(iii) Find a matrix A such that $L(X) = AX$ (4 marks)

(Q6) Let $T : R^2 \rightarrow R^2$ be a linear operator defined by $T\left(\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x_1 + 7x_2 \\ 3x_1 - 4x_2 \end{bmatrix}$

and let $B = \{u_1, u_2\}$ $B' = \{v_1, v_2\}$ where $u_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}, u_2 = \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix}, v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}, v_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}$

Then find $[T]_{B',B}$ (10 marks)

GOOD LUCK

دولـــة فلسطين

جامعة الأقصى

كليــــــة العلــــوم

قســـــم الرياضيات

الفصل الاول2019 م	الاختبار النهائي في مساق : مدخل الي المنطق ونظرية المجموعات	التاريـــــخ: 2019/ 1/13 م
محاضر المساق: أ. د عبدالسلام أبوزايدة	رقم المقرر MATH 1313	الزمــــــن : ســاعتان .

ملاحظـات :عدد الصفحات: 3 عدد الآسئلة: 4 اسم الطالب/ة ....

I-True or False:- [15 Marks]

1. The function $f:(0,1)\to R$, $f(x)=\tan(\pi x-\frac{\pi}{2})$ is 1-1 .
2. $(\exists x)(3^x = x)$. R
3. If A is denumerable, then $A\cup\{x\}$ is countable.
4. $\sim(P\wedge \sim Q)$ is equivalent to $P\Rightarrow Q$.
5. Every infinite set is denomerable.
6. $N\approx Q$.
7. If $f:A\to B$ is a 1-1 and onto B , then $\overline{\overline{A}}=\overline{\overline{B}}$.
8. If $f:A\xrightarrow{1-1}C$, $g:B\xrightarrow{1-1}D$ and $A\cap B=\varphi$, then $f\cup g$ is 1-1 .
9. $(\forall y)(\exists x)(x\le y)$, the universe is R.
10. . If $f:A\to B$, then $I_A\circ f=f$.
11. The union of two finite sets is countable
12. Every infinite is uncountable
13. $(\forall x)(\exists y)(x\le y)$, the universe is R.
14. $(f\circ g)^{-1}=f^{-1}\circ g^{-1}$
15. If S is inductive set , then $n\in S\to n+2\in S$ is true.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.

II- Solve the following questions:

1. Use contradiction to prove: . [5 Marks]

$$(\forall x)\ (x\ge 0\Rightarrow \frac{3x+2}{1+x}\prec 3),\qquad x\in R$$

2. Prove that: If $f: A \to B$ is 1-1 , then $f^{-1}: rang(f) \to A$ is a function. [5 Marks]

3. Prove that: Let $f: A \to B$, If f^{-1} is a function, then $f^{-1} \circ f = I_A$. [5 Marks]

III- 1. Let A= {1, 2, 3}

i. Give arelation H on A such that H is a reflexive, not symmetric and transitive. [3 Marks]

ii. Find a partition for A. [3 Marks]

2. Define a relation S on R by: x S y iff $x - y \in Q$

i- Prove that S is an equivalence relation. [6 Marks] ii- Find the equivalent class of 0. [3 Marks]

3.Given a set A={1,2,3,6}, find the equivalence relation on the partition $\{\{2,3\},\{6\},\{1\}\}$.[3 Marks]

IV- 1.. Given a function $f(x)=x^2+1$, find

i- $f^{-1}([-1,5)]\cup[17,26])$ [4 Marks]

ii- $f([-1,0])$. [3 Marks]

2. prove: Let $f:A\to B$, E and F are subsets of B, then $f^{-1}(E\cup F)=f^{-1}(E)\cup f^{-1}(F)$. [5 Marks]

انتهت الأسئلة

دولـــة فلسطيـن

جامعة الأقصى

كليـــــــة العلـــــوم

قســــــم الرياضيات

جامعة الأقصى

الفصل الأول 2018 –2019 م   الاختبار النهائي في مساق (معادلات تفاضليةعادية)   التاريــــخ: ..29/..12./ 2018 م

محاضر المساق:أ.د. أيمن صبح   رقم المقرر (MATH2313)   الزمــــن : ســاعتان .

ملاحظـــات : عدد الصفحات:6   عدد الأسئلة:4   اسم الطالبة ....

Q1) Solve the following differential equations

$a)\ y\sin^3 x\cos x\,dx + (3\sin^4 x - y^2)dy = 0$, **Use two ways**

$b) y(1-\ln y)y'' + (1+\ln y)(y')^2 = 0$

Q2) Solve the following differential equations

$a)(8D^3 - 4D^2 - 2D + 1)y = \cos^3 x + x^2$

b) $\frac{d^2y}{dx^2} + (\tan x - 3\cos x)\frac{dy}{dx} + 2y\cos^2 x = \cos^4 x$

Q3) Solve the following system of the differential equations

$$(D^2 - 3)x - (D - 2)y = t^3 + 5$$
$$(D - 3)x + Dy = e^t$$

Q4) Using power series method, solve the differential equation

$$(x^2+4)y''+3xy'-8y=0, \qquad \text{near } (x=0)$$

انتهت الاسئلة

أطيب الاماني بالتوفيق

Final Exam for the 1st sem.
Course : Selected Topics(مواضيع مختارة)
Date: 31/12/2018
Time: Two Hours

STATE OF PALESTINE
AL-AQSA UNIVERSITY
Faculty of Science
Math Dep

الاسم: ....

Solve the following questions:

Q(1) Mark each of the following True (√) or False (×) **(10 marks)**
(**Comment on** the false one's)

1- If G_1 is homeomorphic to G_2 which is connected with all vertices of degree 2 then G_1 is Hamiltonian

2- If G_1 is homeomorphic to G_2 then if G_1 is Eulerian so is G_2

3- A graph is non-planar if it contains a sub graph isomorphic to $K_{3,3}$

4- The representation of a graph by adjacency matrix is unique

5- If a graph G is Hamiltonian then it must have a Hamilton path

6- Adjacency matrix of any graph must be symmetric

7- If there exists any two vertices u and v of a graph G such that $\deg(u) + \deg(v) \geq n-1$ then G is Hamiltonian

8- The number of non-isomorphic trees with 6 vertices are 6

9- $K_{3,3}$ is isomorphic to $K_{4,4}$

10- Removal of one edge from a Hamilton cycle of a graph result a spanning tree of the graph

(Q2) Draw the graph associated with the following adjacency matrix (4 marks)

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

(i) Is it Hamiltonian? If yes find Hamilton cycle (3 marks)

(ii) Find an Euler path? If possible (3 marks)

(iii)what's the number of walks of length 3 that connects vertices i and j where i=2 and j=3 and find them (6 marks)

(Q3) Is it possible to find planar connected graph with the following properties ? if so draw if not why

(i) 5 edges and 7 vertices (2 marks)

(ii) 1 region and 8 edges (2 marks)

(iii) 4 regions each with boundary consisting of 3 edges (3 marks)

(Q4) (i) Let T be a binary tree of height h= 91 then find the maximum and minimum number of vertices in T (4 marks)

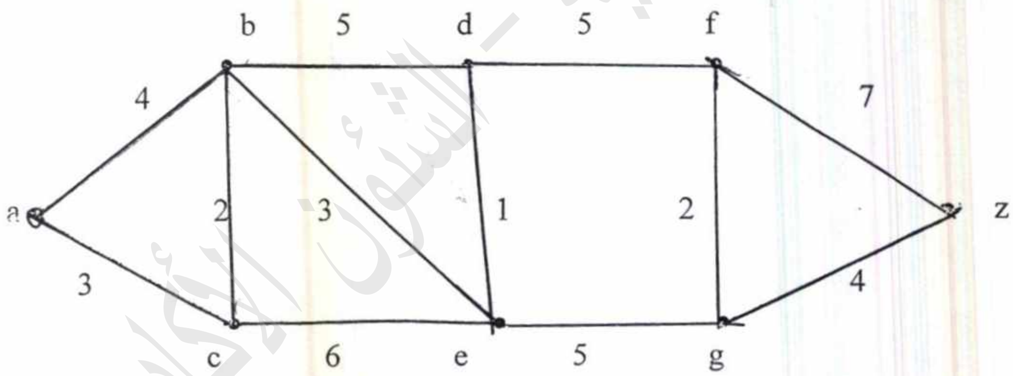
(ii) If T is a full binary tree with 91 vertices then find the number of leaves

1- Internal vertices in T (3 marks)

2- leaves in T (2 marks)

(iii) Represent the expression $5\left(xy+5x^{8}\right)\left(z^{3}+7\right)$ by a binary tree (4 marks)

(Q5) 1- Consider the following weighted graph



find the minimal spanning tree (5 marks)

2- Consider the following expression

$$\left(x_1 \vee \left(x_2 \wedge \overline{x_3}\right)\right) \wedge \overline{x_2}$$

(i)Draw the circuit that represents the expression (6 marks)

(ii) Draw its underlying diagraph (3 marks)

(iii)Is the circuit a combinatorial circuit? (2 marks)

(iv)Find its value for $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 0$ (2 marks)

3- Draw the switching circuit corresponding to

$$\left(A \wedge \left(\left(B \wedge \overline{C}\right) \vee \left(\overline{B} \wedge C\right)\right) \vee \left(\overline{A} \wedge B \wedge C\right)\right)$$

And find its output for the input $A = 1$, $B = 1$, $C = 0$ (6 marks)

GOOD LUCK

دولـــة فلسطيـن
جامعة الأقصى

كليـــــة العلـــوم
قســــــم الرياضيات

الفصل الاول 2018 –2019 م — اختبار نهائي في مساق (ميكانيكا2) — التاريـــــخ: 08 /01/ 2019 م
محاضر المساق: د. حسام الزعلان — رقم المقرر (MATH2321) — الزمـــــن : ســاعتين .

ملاحظات : عدد الصفحات : واحدة   عدد الأسئلة: 3   إسم الطالب/ه ....

أجب عن جميع الأسئلة التالية:

السؤال الأول: **(20 درجة)**

(a) في المسارات المركزية **1.** اشتق طول العمود الساقط من المركز علي المماس

2. اشتق المعادلة التفاضلية للمسار المركزي، وفسر الثابت h فيزيائياً. **(4 درجات)**

(b) اشتق المعادلات البارامترية لمنحني السيكلويد، والمعادلة الذاتية له مبينا حالات قياس منحني السيكلويد **(3 درجات)**

(c) حقق نظرية ستوكس للمتجه $\vec{A} = xz\,\hat{i} + y\,\hat{j} + 2z\,\hat{k}$ حيث s هو السطح المحدد بواسطة $4x + y + 2z = 4$ ، $y = 0$ ، $z = 0$. **(6 درجات)**

(d) حقق نظرية جرين في المستوي للمعادلة $\oint_c (3x + 4y)dx + (2x - 3y)dy$ حيث c منحني مغلق في الربع الاول والمحدد بواسطة $y^2 = x$ ، $y + x = 6$ ، $x = 0$. **(7 درجات)**

السؤال الثاني: **(20 درجة)**

(a) أوجد قانون الجذب نحو مركز ثابت وكذلك قانون السرعة لجسيم يتحرك علي المنحني $r^m = a^m \sin(m\theta)$ **(6 درجات)**

(b) يتحرك جسيم كتلته m في مسار مركزي تحت تاثير قوة طاردة مقدارها amu^3 فاذا علم أن الجسيم بدأ الحركة من قبا يبعد b عن المركز بسرعة $\frac{\sqrt{a}}{b}$ ، حيث a ، b ثوابت ، أوجد المسافة القبوية الأخري ، وأجد معادلة المسار. **(7 درجات)**

(c) يتحرك جسيم كتلته m علي منحني بحيث كانت العلاقة بين السرعة v والازاحة القوسية s هي: $s = \frac{1}{2b}\ln\left(\frac{a + bg^2}{a + bv^2}\right)$ حيث a, b, g ثوابت. أوجد القوة المماسية التي تؤثر علي الجسيم ، والزمن الذي يمضي بين بدء الحركة حتي تصبح السرعة $\sqrt{\frac{b}{a}}$. **(7 درجات)**

السؤال الثالث: **(20 درجة).**

(a) (مستخدماً قاعدة عزم القصور الذاتي لحجم دوراني منتظم) أوجد عزم القصور الذاتي لكرة مصمته نصف قطرها a حول أحد أقطارها. **(6 درجات)**

(b) (مستخدماً قاعدة عزم القصور الذاتي لسطح دوراني منتظم) أوجد عزم القصور "ذاتي لمخروط أجوف نصف قطر قاعدته a وارتفاعه h حول محوره. **(6 درجات)**

(c) صفيحة منتظمة رقيقة مستوية علي شكل مثلث رؤوسه النقاط $(4, 0)$ ، $(0, 3)$ ، $(0, 0)$ أوجد: **(8 درجات)**

1. عزم القصور الذاتي حول المحورين x, y.
2. حاصل ضرب القصور للمحورين x, y.
3. الزاوية التي يميل بها المحورين الاساسيين لهذه الصفيحة علي المحورين x, y.

مع تمنياتي للجميع بالتوفيق و النجاح

اسم المقرر: نظرية العدد
مدة الامتحان: ساعتان
عدد الأسئلة: (5 اسئلة)
عدد صفحات الامتحان: 2 صفحة
الإجابة على ورقة خارجية

بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة الأقصى

الامتحان النهائي 2019/2018

اسم الطالب/ة: ....
رقم الطالب/ة: ....
تاريخ الامتحان: 10 / 1 / 2019 الفترة الأولى
كلية العلوم التطبيقية / قسم الرياضيات
د. محمد حمودة

أجب عن جميع الأسئلة الآتية

السؤال الأول : 14 درجة

(1) لأي عددين صحيحين موجبين a,b أثبت أن $\gcd(a,b)|lcm(a,b)$ (3 درجات)

(2) عرف العدد الأولي ثم أثبت أنه لكل عدد صحيح $n \succ 3$ فإن الأعداد $n+4$, $n+2$, n لا يمكن أن تكون جميعها أعدادا أولية. (4 درجات)

(3) أوجد جميع الحلول المختلفة للتطابق الخطي $34x \equiv 60 (\bmod 98)$ (4 درجات)

(4) برهن أو أعط مثال معاكس للعبارة: $a^3 \equiv b^3 (\bmod n) \Rightarrow a \equiv b \ (\bmod n)$ (3 درجات)

السؤال الثاني : 13 درجة

(1) أذكر نص و برهان نظرية فيرمات الصغرى . (6 درجات)

(2) إستخدم نتيجة فيرمات الصغرى ونظرية ويلسون لإثبات أنه إذا كان p عددا أوليا و a عدد صحيح فإن $p|(a^p + (p-1)!a)$ (3 درجات)

(3) إحسب $\sigma(720)$, $\mu(1260)$, $\phi(360)$, $Ord_8 3$ (4 درجات)

السؤال الثالث : 11 درجة

(1) أذكر نص نظرية أويلر وإستخدم ذلك لإيجاد خانتي الاحاد والعشرات للعدد 3^{256} (4 درجات)

(2) إستخدم نظرية أويلر لإثبات أن $a^{37} \equiv a (\bmod 1729)$ حيث a عدد صحيح (إرشاد: $1729 = 7.13.19$). (3 درجات)

(3) عرف العددين المتحابين ثم أثبت أن العددين المتحابين لا يمكن أن يكونا عددين أوليين. (4 درجات)

السؤال الرابع :	12 درجة

(1) (أولا) ليكن $n = p_1^{k_1} p_2^{k_2} \ldots p_r^{k_r}$ هي الصورة القياسية للعدد الصحيح $n \succ 1$ وكانت f دالة ضربية فأثبت أن:

$$\sum_{d|n} \mu(d) f(d) = (1 - f(p_1))(1 - f(p_2)) \ldots (1 - f(p_r))$$ (4 درجات)

(ثانيا) إستخدم الفرع (أولا) لإثبات أن $\sum_{d|n} \mu(d)\tau(d) = (-1)^r$ (درجتان)

(2) اعط مثالا واحدا لكل من:

عدد فيرماتي , عدد اولي مرسين , عدد كامل , عدد مربع حر (درجتان)

(3) إذا كان p عددا أوليا و $k \geq 2$ عدد صحيح فأثبت أن:

$$\phi(\phi(p^k)) = p^{k-2} \phi(p-1)^2$$ (4 درجات)

السؤال الخامس :	10 درجات

(1) أكتب جذرا إبتدائيا للعدد 5 وهل يوجد جذور إبتدائية للعدد 8 ؟ فسر إجابتك. (3 درجات)

(2) أثبت صحة النظرية الاتية: إذا كان $a, n \in Z^+$ بحيث أن $\gcd(a,n) = 1$ وكان a جذرا إبتدائيا (بالمقياس n) فإن الأعداد الصحيحة $a, a^2, \ldots, a^{\phi(n)}$ تشكل نظام مصغر للبواقي (بالمقياس n). (4 درجات)

(3) ليكن p عدد أولي فردي و $Ord_p a = 2k$ فأثبت أن $a^k \equiv -1 \pmod{p}$ (3 درجات)

إنتهت الأسئلة مع أطيب التمنيات بالنجاح والتوفيق